



ЮГОЗАПАДЕН УНИВЕРСИТЕТ „НЕОФИТ РИЛСКИ“

ТЕХНИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ

Катедра „Електроника и технологично обучение“

2700 Благоевград, ул. Иван Михайлов 66; www.swu.bg

Александър Евгениев Ганев

Изследване на интелигентни методи за оптимизация на ефективността на фотоволтаични системи в динамични среди

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертация за присъждане на образователната и научна степен

"ДОКТОР"

Област:

5. Технически науки

Професионално направление

5.2 „Електротехника, Електроника и автоматика“

Докторска програма:

Електронизация

Научен ръководител:

доц. д-р инж. Людмила Руменова Танева

Благоевград, 2026 г.



ЮГОЗАПАДЕН УНИВЕРСИТЕТ „НЕОФИТ РИЛСКИ“

ТЕХНИЧЕСКИ ФАКУЛТЕТ

Катедра „Електроника и технологично обучение“

2700 Благоевград, ул. Иван Михайлов 66; www.swu.bg

Александър Евгениев Ганев

Изследване на интелигентни методи за оптимизация на ефективността на фотоволтаични системи в динамични среди

АВТОРЕФЕРАТ

на дисертация за присъждане на образователната и научна степен

"ДОКТОР"

Област:

5. Технически науки

Професионално направление

5.2 „Електротехника, Електроника и автоматика“

Докторска програма:

Електронизация

Научен ръководител:

доц. д-р инж. Людмила Руменова Танева

Благоевград, 2026 г.

Дисертационният труд е обсъден и насочен за защита от Катедрения съвет на катедра „Електроника и технологично обучение“ към Технически факултет на Югозападен университет „Неофит Рилски“ на редовно заседание, проведено на 20.04.2026 год.

Публичната защита на дисертационния труд ще се състои на 23.06.2026 год. от 13:00 часа в зала 1339, учебен корпус 1 на Югозападен университет „Неофит Рилски“ на открито заседание на научното жури, определено със заповед №1102/24.04.2026 год. на Ректора на Югозападен университет „Неофит Рилски“ в състав:

1. доц. д-р инж. Иван Иванов Недялков – ЮЗУ „Неофит Рилски“
2. проф. д-р Галидия Иванова Петрова-Спасова – Технически университет – София
3. проф. д.т.н. Тодор Атанасов Стоилов – ИИКТ – БАН – София
4. доц. д-р инж. Камелия Георгиева Рускова – Технически университет – София
5. проф. д.т.н. Красимира Петрова Стоилова – ИИКТ – БАН – София

Рецензенти:

1. доц. д-р инж. Иван Иванов Недялков – вътрешен член
2. проф. д.т.н. Тодор Атанасов Стоилов – външен член

Материалите по защитата са на разположение на интересуващите се в канцеларията на Технически факултет на Югозападен университет „Неофит Рилски“, учебен корпус 1, кабинет № 1604.

Дисертантът е докторант в редовна форма на обучение в катедра „Електротехника, Електроника и автоматика“ на Технически факултет на Югозападен университет „Неофит Рилски“.

Автор: маг. Александър Евгениев Ганев

Заглавие: Изследване на интелигентни методи за оптимизация на ефективността на фотоволтаични системи в динамични среди

ОБЩА ХАРАКТЕРИСТИКА НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Актуалност на проблема

Актуалността на настоящия дисертационен труд се определя от необходимостта от систематизиране, теоретично обобщаване и концептуално моделиране на методите за управление на слънчевото проследяване и управление на преобразувателите на добитата електрическа енергия от фотоволтаичните системи. Получените научни резултати имат потенциал да допринесат за по-дълбоко разбиране на процесите, определящи енергийната ефективност, и да послужат като основа за бъдещи изследвания и разработки в областта на интелигентните фотоволтаични системи.

Цел и задачи на дисертационния труд

Целта на дисертационния труд е да се извърши задълбочен теоретичен анализ и оценка на методите за проследяване на слънчевата траектория и алгоритмите за максимално извличане на мощност (MPPT) при фотоволтаични системи, с цел формулиране на унифицирани концептуални модели за оптимизация на енергийната ефективност на фотоволтаични инсталации.

За постигане на поставената цел се формулират следните основни задачи:

1. Анализ на физичните и геометричните принципи, определящи слънчевата траектория и ориентацията на фотоволтаичните панели.
2. Систематизация на системите за слънчево проследяване според конструкция и управление.
3. Класификация и теоретичен анализ на методите за управление на соларни тракери и МРРТ алгоритми.
4. Теоретичен анализ на взаимодействието между слънчево проследяване и МРРТ при оптимизация на енергийния добив.
5. Разработване на унифицирани теоретични модели за оценка на енергийната ефективност, включващи както ориентацията на панелите, така и електрическите работни режими.
6. Идентифициране на научни пропуски и формулиране на концептуални насоки за интегрирани системи за управление.

Структура на дисертацията

Дисертационният труд е написан на 119 стандартни машинописни страници, онагледен с 21 фигури, 6 таблици, 172 формули, както и списък с 62 чуждестранни източника. Текстът е структуриран в три глави, заключение, списък с използвана литература и 12 приложения. Към дисертационният труд са представени 4 статии.

КРАТКО СЪДЪРЖАНИЕ НА ДИСЕРТАЦИОННИЯ ТРУД

Увод

Преходът към зелена икономика и непрекъснато нарастващите енергийни нужди на съвременното общество, пораждаат необходимост от изграждане на нови, високоефективни енергийни мощности от възобновяеми източници, но също така и от подобряване на ефективността на съществуващите фотоволтаични инсталации за генериране на електроенергия, както и по-доброто проектиране на нови такива. Въпреки значителния напредък в технологиите за производство на фотоволтаични модули, ефективността при добива и преобразуване на слънчевата енергия в електрическа, остава ограничена от множество фактори, като околна среда, локация и системи за преобразуване и управление. Това налага търсенето на различни подходи за оптимизация, насочени не само към самите фотоволтаични елементи, но и към системите, които ги управляват, които управляват тяхната ориентация и които управляват преобразуването на генерираната електрическа енергия.

Системите за проследяване на слънчевата траектория представляват ефективно средство за увеличаване на енергийния добив, чрез осигуряване на оптимална ориентация на фотоволтаичните панели спрямо слънчевото положение. Паралелно с това алгоритмите за следене на максималната точка на мощността (MPPT), осигуряват

работа в оптимален режим при динамични условия на условия на осветеност и температура. Въпреки доказани потенциал на двата подхода поотделно, в съвременната научна литература те често се разглеждат като самостоятелни и несинхронизирани подсистеми.

Нарастващата сложност на фотоволтаичните инсталации, както и динамичният характер на експлоатационната среда, поставят на преден план необходимостта от цялостен и интегриран теоретичен анализ на системите за слънчево проследяване и МРРТ алгоритмите. Липсата на унифицирани теоретични модели и обобщени класификации затруднява сравнителната оценка на различните подходи и ограничава възможностите за целенасочено развитие на по-ефективни решения.

Глава 1 - Литературен обзор

1.1. Теоретични основи на слънчевото проследяване

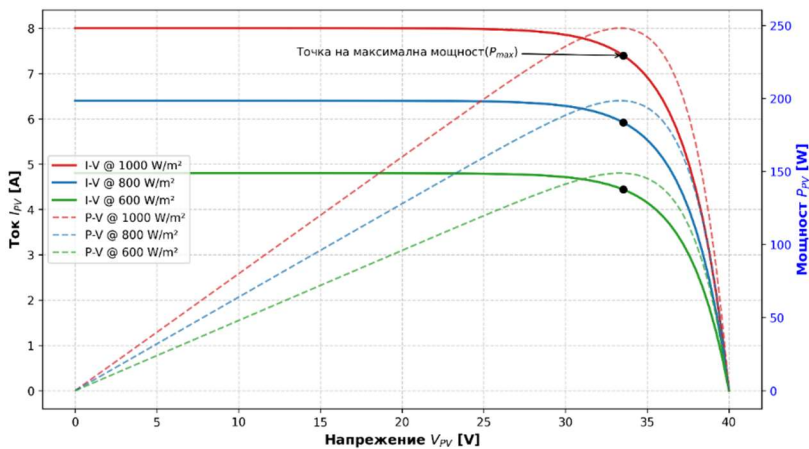
Ефективното улавяне на слънчевата енергия предполага използването на система, която проследява слънчевата траектория и ориентира фотоволтаичните панели перпендикулярно на слънчевите лъчи. По този начин се добива максималното възможно количество слънчева радиация. В първа точка са изследвани и анализирани и оценени системите за проследяване на слънчевата траектория.



Фиг. 2. Класификация на СПСТ

1.2. Теоретични основи на проследяването на максималната точка на мощността – MPPT

Както повечето естествени източници на енергия, слънчевата е непостоянна с основната разлика, че интензитетът и се изменя много динамично – зависи от атмосферните условия. Фактори като температура, оптична плътност и засенчвания от облаци, могат да променят количество на слънчева енергия попадащо върху панелите бързо и кратковременно. Тези изменения водят до моментни промени на $P-V$ характеристиките на панелите. За да се намали до минимум негативния ефект от тези флуктуации, фотоволтаичният модул трябва да преобразува в точка на максималната мощност, която се изменя динамично, в зависимост от изброените фактори. Във втора точка са изследвани и анализирани и оценени алгоритми за проследяване на точката на максимална мощност (MPPT).



Фиг. 10. I-V и P-V Криви на ФВ модул за анализ на точката на максимална мощност

1.3. DC-DC преобразуватели за MPPT системи

Таблица 4. Сравнение на видовете преобразуватели

Параметър	Понижаващ	Повишаващ	Понижаващ о- Повишаващ	SEPIC	Преобразувател на Чък
Обхват на MPPT	Ограничен ($V_{pv} > V_{out}$)	Ограничен ($V_{pv} < V_{out}$)	Пълен	Пълен	Пълен
Полярност	Директна (+)	Директна (+)	Обърната (-)	Директна (+)	Обърната (-)
Входен ток	Пулсиращ	Непрекъснат	Пулсиращ	Непрекъснат	Непрекъснат
Ефективност	Висока (>95%)	Висока (>95%)	Средна (~90%)	Средна (~90%)	Средна (~90%)
Сложност	Ниска	Ниска	Средна	Висока	Висока

За реализирането на MPPT стратегията, DC-DC преобразувателят играе ролята на изпълнителен механизъм, който чрез промяна на коефициента на запълване (D) трансформира пълното съпротивление на товара, за да съвпадне с оптималното пълно съпротивление на фотоволтаичния панел. В трета точка са анализирани най-често използваните преобразуватели при системи с MPPT.

Глава 2 - Теоретичен анализ на ефективността при фотоволтаични системи със слънчево проследяване и MPPT

2.1. Ефективност на фотоволтаични системи

Теоретичният анализ показва, че съществува оптимална зона на комплексна ефективност, при която допълнителната енергия, генерирана чрез проследяване и MPPT, превишава енергията, изразходвана за управление и задвижване. Тази зона е функция от климатичните условия, географската ширина, профила на натоварване и надеждността на системните компоненти. Следователно ефективността на ФВ системите със слънчево проследяване и MPPT не може да се разглежда универсално, а следва да се оценява в контекста на конкретната експлоатационна среда.

Фотоволтаичната система може да бъде описана като енергийно-преобразуваща система, при която входният

поток от слънчева радиация $G(t)$ се трансформира в електрическа мощност $P_{out}(t)$ чрез нелинеен преобразувател с множество междинни загуби. Моментната ефективност на системата се дефинира във формула 2.2[60]:

$$\eta_{sys}(t) = \frac{P_{out}(t)}{G(t) \cdot A_{eff}(t)} \quad (2.2)$$

За целите на теоретичния анализ общата ефективност може да бъде представена като произведение от частни ефективности, всяка от които съответства на определен физичен или функционален слой на системата (ф-ла 2.6):

$$\eta_{sys}(t) = \eta_{geo}(t) \cdot \eta_{pv}(t) \cdot \eta_{el}(t) \cdot \eta_{mppt}(t) \quad (2.6)$$

където:

η_{geo} – геометрична ефективност (ориентация и наклон),

η_{pv} – вътрешна ефективност на ФВ модула,

η_{el} – ефективност на силовата електроника,

η_{mppt} – ефективност на проследяването на максималната мощност.

2.2. Теоретични основи на слънчевото проследяване

Слънчевото проследяване представлява механизъм за поддържане на оптимален ъгъл между нормалата на фотоволтаичния модул и вектора на падащото слънчево лъчение. От геометрична гледна точка, ефективната осветеност на повърхността е пропорционална на косинуса

на ъгъла на падане, което означава, че дори умерени отклонения от оптималната ориентация водят до съществени загуби на полезна радиация.

2.3. Нелинеен електрически модел на фотоволтаичния генератор

Електрическото поведение на фотоволтаичната клетка може да бъде описано чрез еднодиоден нелинеен модел:

$$I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{nkT}} - 1 \right) - \frac{V+IR_s}{R_{sh}} \quad (2.28)$$

където:

I_{ph} – фототок,

I_0 – ток на насищане,

R_s, R_{sh} – серийно и шунтово съпротивление,

q – заряд на електрона,

n – идеалностен фактор,

k – константа на Болцман,

T – абсолютна температура.

Този модел описва връзката между тока и напрежението на клемите на фотоволтаичния елемент при зададени условия на осветеност и температура.

2.3.2. Условие за максимална мощност

Мощността на фотоволтаичния генератор се задава с отношението във ф-ла 2.29:

$$P(V) = V \cdot I(V) \quad (2.29)$$

Максималната мощност се достига при условието във формула 2.30:

$$\frac{dP}{dV} = 0 \Rightarrow I + V \frac{dI}{dV} = 0 \quad (2.30)$$

Това условие дефинира нелинейно уравнение за работната точка с максимална мощност.

2.3.5. Теоретичен модел на МРРТ като импедансно съгласуване

Входното съпротивление на преобразувателя е представено във формула 2.35:

$$R_{in} = \frac{V_{pv}}{I_{pv}} \quad (2.35)$$

Условие за оптимално съгласуване е изведено с формула 2.36:

$$R_{in}(t) = R_{mpp}(t) \quad (2.36)$$

МРРТ грешката е представена във формула 2.37:

$$\varepsilon_{mppt}(t) = \frac{P_{mpp}(t) - P_{real}(t)}{P_{mpp}(t)} \quad (2.37)$$

Ефективността на МРРТ е дадена във формула 2.38:

$$\eta_{mppt} = 1 - \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon_{mppt}(t) dt \quad (2.38)$$

2.4. Анализ на съвременните системи

В точка 2.4 се анализират и оценяват методите и алгоритмите за проследяване на точката на максимална

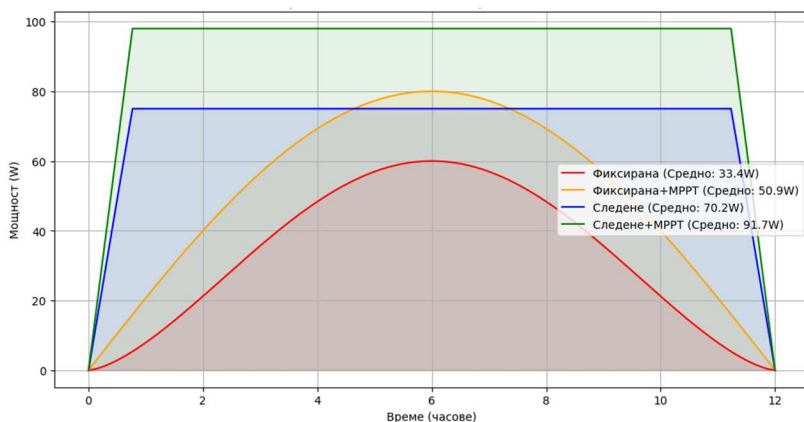
мощност (MPPT). Разгледани са класическите P&O и IncCond, които остават най-широко приложимите методи благодарение на ниската си сложност и изчислителни нужди, техните адаптирани наследници, интелигентните методи, управление с размита логика (FLC) и глобални оптимизационни методи, като Particle Swarm Optimization (PSO) и други метаевристики. Последните са широко използвани за намиране на глобален MPP под частично засенчване (няколко локални максимума).

2.5. Синергичен модел на взаимодействието между слънчево проследяване и MPPT управление

Комбинирането на механично слънчево проследяване и електронно MPPT управление създава синергичен ефект върху ефективността на ФВ системата. Слънчевото проследяване максимизира входната енергия чрез геометрична оптимизация, докато MPPT минимизира електрическите загуби чрез оптимално управление на работната точка. От теоретична гледна точка тези два механизма действат в различни, но взаимно допълващи се домейни – пространствено-геометричен и електрически.

Системният ефект от тази комбинация може да бъде описан чрез разширен енергиен баланс, при който общата произведена енергия се разглежда като функция от производението на коефициента на геометрично усвояване и коефициента на електрическо извличане на мощност. В

този модел загубите от неидеално проследяване и неидеално МРРТ не се сумират линейно, а взаимодействат нелинейно, което означава, че подобрението в единия домейн увеличава относителния ефект на другия. Следователно комбинираната оптимизация има потенциал за свръхадитивен ефект върху годишния енергиен добив.



Фиг. 18. Сравнителен анализ на енергийния добив при различните системи

На фигура 18 са изобразени резултатите от симулацията на енергийни добиви на 4 различни по вид системи – система с фиксиран ФВ модул с оптимална ориентация без МРРТ (базова), система с фиксиран ФВ модул с оптимална ориентация и МРРТ, система със СПСТ, без МРРТ и система със СПСТ и МРРТ. ФВ модулите са от едни и същи вид и имат еднакви характеристики (технология, размер, мощност, напрежение, ток), както и

условията (осветеност, температура). Графиката е генерирана чрез симулацията в среда Гугъл Колаб с код на езика Пайтън (приложение 12).

В следствие на синергично взаимодействие, комбинираната система - СПСТ и МРРТ (зелената крива) поддържа работа близо до теоретичния максимален лимит на системата (P_{max}) през целия ден.

2.5.2. Енергиен баланс на комбинираната система

За отправна точка при сравнение на добивите при различните системи се използва величината базов енергиен добив. Това е произведената електрическа енергия E_0 при базов режим на работа на фотоволтаичната система, при който модулите са фиксирани, а работната точка се определя от характеристиките на товара без МРРТ управление.

Енергийният добив при използване само на слънчево проследяване се определя от формула 2.53:

$$E_{trk} = \int_0^T G(t)A \cos \theta_{trk}(t)\eta_{pv}(t)\eta_{el}(t)dt \quad (2.53)$$

При използване само на МРРТ управление енергийният добив се определя от формула 2.54:

$$E_{mppt} = \int_0^T G(t)A \cos \theta_{fix}(t)\eta_{pv}(t)\eta_{mppt}(t)\eta_{el}(t)dt \quad (2.54)$$

При комбинирано използване на слънчево проследяване и МРРТ управление се получава формула 2.55:

$$E_{comb} = \int_0^T G(t)A \cos \theta_{trk}(t)\eta_{pv}(t)\eta_{mppt}(t)\eta_{el}(t)dt \quad (2.55)$$

Този израз показва, че ефектът от комбинираната оптимизация е резултат от производението на геометричния и електрическият коефициент на ефективност.

2.5.3. Синергичен коефициент на системата

За количествена оценка на взаимодействието между двата механизма се въвежда синергичен коефициент. Това е отношението между енергиен добив на комбинирана система (СПСТ и МРРТ) и сумата на базовия добив и повишенията от СПСТ и МРРТ, ако двете системи се използват по отделно (формула 2.56):

$$K_{syn} = \frac{E_{comb}}{E_{trk} + E_{mppt} - E_0} \quad (2.56)$$

Комбинираният ефект от системата е адитивен при синергичен коефициент 1 (2.57):

$$K_{syn} = 1 \quad (2.57)$$

При синергичен коефициент по-голям от 1 се наблюдава синергичен ефект, което означава, че взаимодействието между двата механизма води до допълнително увеличаване на произведената енергия (формула 2.58).

$$K_{syn} > 1 \quad (2.58)$$

2.6. Теоретичен анализ на стабилността на МРРТ системата

В реални условия точката на максимална мощност се изменя във времето в резултат на промени в осветеността и температурата. Следователно МРРТ алгоритъмът трябва да следва подвижна равновесна точка.

Грешката на проследяване може да се дефинира във формула 2.72:

$$e(t) = V_{pv}(t) - V_{mpp}(t) \quad (2.72)$$

Условие за стабилно проследяване е представено във формула 2.73:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (2.73)$$

при ограничена скорост на изменение на външните въздействия.

2.7. Аналитичен модел на енергийните загуби във фотоволтаичните системи

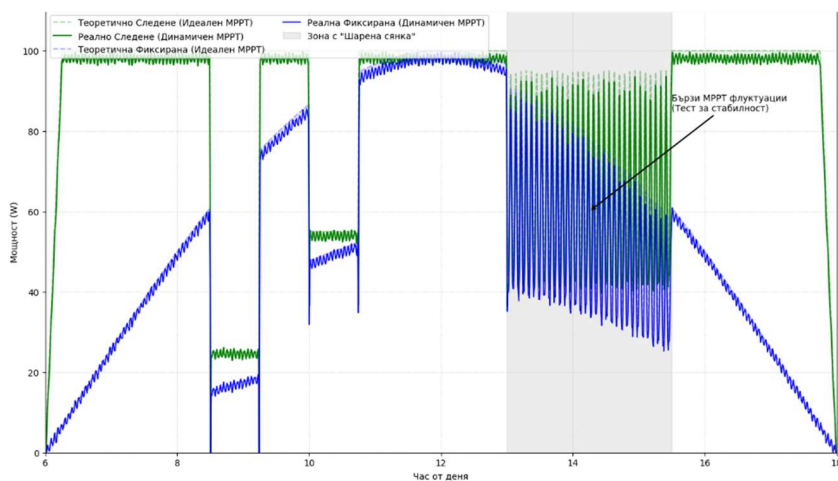
Енергийният баланс на фотоволтаичната система включва редица загуби, които намаляват количеството произведена електрическа енергия. Основните видове загуби са геометрични, оптични, електрически, термични, в силовата електроника и динамични загуби от МРРТ управление.

Общата произведена мощност може да бъде представена като разликата от входната мощност и сумата от загубите (ф-ла 2.76):

$$P_{out} = P_{in} - \sum P_{loss} \quad (2.76)$$

2.7.5. Симулации на енергийните загуби

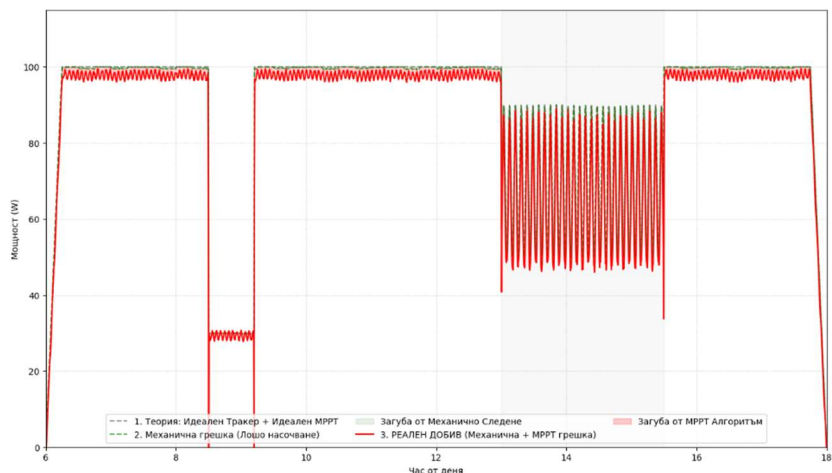
На Фигура 20 е симулиран период на бързо променяща се облачност или шарена сянка. Графиката е генерирана чрез симулацията в среда Гугъл Колаб с код на езика Пайтън (приложение 10).



Фиг. 20. MRPT грешка при динамични атмосферни условия

При бързо променяща се облачност се генерират големи загуби от динамична грешка. Колкото по-често се промяна облачността, толкова по-големи загуби се

генерират. Тук също забелязваме падовете от забавянето на МРРТ алгоритъма. При всяка промяна на осветеността, той сканира новата крива за да открие точката на максимална мощност. Това е симулирано чрез градиентния коефициент в кода.



Фиг. 21. Системни грешки – механични и МРРТ

На фигура 21 са представени системните грешки на СПСТ и МРРТ. Графиката е генерирана чрез симулацията в среда Гугъл Колаб с код на езика Пайтън (приложение 11).

Анализът на загубите породени от грешки показва, че механичната грешка (зелената зона) е по-плавна. Когато СПСТ „изпусне“ слънцето с няколко градуса, мощността пада по косинусова крива. Тя е относително малка при ясно време, но се превръща в системен проблем, ако СПСТ има

постоянно изместване. В този модел тя представлява около 0.5% - 2% от общия добив.

Червената линия показва реалният добив. Всичко над тази линия е интегралната загуба, която е в резултат от натрупването на двата вида неефективност.

2.8. Теоретичен модел за прогнозиране на годишния енергиен добив

При комбинирано използване на слънчево проследяване и MPPT управление годишният енергиен добив може да бъде представен във формула 2.86:

$$E_{year} = E_{base} k_{trk} k_{mppt} K_{syn} \quad (2.86)$$

където:

k_{trk} – коефициент на увеличение от слънчево проследяване,

k_{mppt} – коефициент на увеличение от MPPT,

K_{syn} – синергичен коефициент на взаимодействието.

2.9. Изводи

От теоретична гледна точка ефективността на фотоволтаичните системи със слънчево проследяване и MPPT представлява резултат от многослойна оптимизация, включваща геометрично максимизиране на входната

енергия и електрическо максимизиране на извлечената мощност. Слънчевото проследяване и МРРТ могат да се интерпретират като два ортогонални механизма за редуциране на различни класове загуби – съответно геометрични и електрически. Тяхната интеграция води до системен ефект, който надхвърля простото сумиране на индивидуалните подобрения и създава предпоставки за значително повишаване на годишния енергиен добив при правилно проектиране и управление.

Теоретичният анализ показва, че ефективността на фотоволтаичните системи със слънчево проследяване и МРРТ представлява резултат от нелинейно взаимодействие между геометрични, термодинамични, електрически и контролни фактори. Въвеждането на активни системи за ориентация и адаптивно електронно управление трансформира класическата фотоволтаична инсталация от статична енергийна система в динамично оптимизираща се кибер-физична система, при която максимизацията на енергийния добив се постига чрез непрекъснатата оптимизация по траектория и по работна точка.

Разработените модели позволяват систематичен анализ на процесите на преобразуване на слънчевата енергия във фотоволтаични системи със слънчево проследяване и МРРТ управление. Представените аналитични зависимости описват взаимовръзката между геометричните характеристики на системата,

електрическите параметри на фотоволтаичния генератор и динамиката на управляващите алгоритми.

Формулираните математически модели създават теоретична основа за оптимизация на фотоволтаичните системи и позволяват оценка на влиянието на различни фактори върху енергийния добив.

Глава 3 - Математически модел на ефективността на фотоволтаични системи със слънчево проследяване и МРРТ управление

3.1. Математически модели на ефективността на системата

За комплексна оценка на ефективността на фотоволтаична система със слънчево проследяване и МРРТ управление се предлага следният интегрален модел:

$$\eta_{sys}(t) = \cos \theta(t) \eta_{pv}(T(t), G(t)) \eta_{el}(I(t), V(t)) \eta_{mppt}(t) \quad (3.1)$$

където:

η_{pv} – ефективност на фотоволтаичния модул,

η_{el} – ефективност на силовата електроника,

η_{mppt} – ефективност на алгоритъма за МРРТ.

Модел на синергично взаимодействие между тракер и МРРТ

Предлага се следната функционална зависимост за комбинирания ефект:

$$E_{comb} = E_{base}(1 + \alpha_{trk} + \alpha_{mppt} + \beta\alpha_{trk}\alpha_{mppt}) \quad (3.2)$$

където:

α_{trk} – относително увеличение от тракера,

α_{mppt} – увеличение от МРРТ,

β – коефициент на синергично взаимодействие.

Синергичен ефект се наблюдава, когато е изпълнено условието във формула 3.3:

$$\beta > 0 \quad (3.3)$$

Модел на динамична грешка на МРРТ

Предлага се аналитичен модел на грешката:

$$\varepsilon_{mppt}(t) = \frac{1}{1 + \tau \frac{dG}{dt}} \quad (3.4)$$

където:

τ – време на реакция на алгоритъма.

Този модел показва, че при бързи промени на радиацията грешката на МРРТ се увеличава.

Модел на комбинирани енергийни загуби

Общите загуби могат да се изразят като:

$$P_{loss} = P_{geo} + P_{temp} + P_{el} + P_{mppt} \quad (3.5)$$

където:

$$P_{geo} = GA(1 - \cos \theta) \quad (3.6)$$

$$P_{temp} = \gamma(T - T_{ref})P_{mpp} \quad (3.7)$$

Модел за прогнозиране на годишния добив

Предлага се следната обобщена формула:

$$E_{year} = G_{year} A \eta_{pv} k_{trk} k_{mppt} K_{syn} \quad (3.8)$$

където:

k_{trk} – коефициент на СПСТ,

k_{mppt} – коефициент на МРРТ,

K_{syn} – синергичен коефициент.

3.1.2. Числена симулация

Параметри на примерната система

Фотоволтаичен модул KMSW550M-144:

мощност на модула:

$$P_{STC} = 550 \text{ W} \quad (3.9)$$

площ на ФВ модула:

$$A = 2,6 \text{ m}^2 \quad (3.10)$$

ефективност:

$$\eta_{pv} = 0.21 \quad (3.11)$$

Данни за слънчевата радиация за района на гр. Благоевград от база PVGIS-SARAH3 за 2020г:

Среднодневна годишна слънчева радиация при фиксиран ФВ модул с 35 градусов наклон:

$$G_{avg} = 495 \text{ W/m}^2 \quad (3.12)$$

Среднодневна годишна слънчева радиация при двuosна СПСТ:

$$G_{avg} = 625 \text{ W/m}^2 \quad (3.13)$$

При общо годишно слънцесветене $T_{sun} = 3448 \text{ h}$.

Базов годишен добив

$$E_{base} = G_{avg} A \eta_{pv} T_{sun} \quad (3.14)$$

$$E_{base} = 495 \cdot 2,6 \cdot 0.21 \cdot 3448 \quad (3.15)$$

$$E_{base} = 931890 \text{ Wh} \quad (3.16)$$

$$E_{base} = 931.9 \text{ kWh} \quad (3.17)$$

Добив с двuosна СПСТ

$$E_{trk} = 625 \cdot 2,6 \cdot 0.21 \cdot 3448 = 1176 \text{ kWh} \quad (3.18)$$

$$k_{trk} = \frac{1176}{932} = 1,26 \quad (3.19)$$

Добив с МРРТ

$$k_{mppt} = 1.10 \quad (3.20)$$

$$E_{mppt} = 1025 \text{ kWh} \quad (3.21)$$

Комбиниран добив

При синергичен коефициент

$$K_{syn} = 1.05 \quad (3.22)$$

$$E_{comb} = 932 \times 1.26 \times 1.10 \times 1.05 \quad (3.23)$$

$$E_{comb} = 1356 \text{ kWh} \quad (3.24)$$

От формула 3.24 се вижда, че комбинираната система увеличава годишния енергиен добив с приблизително 46% спрямо базовата система (формула 3.17).

Този резултат потвърждава теоретичния модел за синергично взаимодействие между слънчевото проследяване и МРРТ управлението.

3.1.4. Основен енергиен баланс на фотоволтаична система

Произведената електрическа енергия от фотоволтаична система за времеви интервал T бъде дефинирана чрез зависимостта във формула 3.25:

$$E_{PV} = \int_0^T P_{PV}(t) dt \quad (3.25)$$

където $P_{PV}(t)$ е моментна електрическа мощност на фотоволтаичната система.

Мощността може да бъде представена като функция на входната слънчева енергия и общата ефективност на системата (ф-ла 3.26):

$$P_{PV}(t) = G(t) \cdot A \cdot \eta_{sys}(t) \quad (3.26)$$

където:

$G(t)$ — слънчева радиация,

A — активна площ на фотоволтаичния генератор,

$\eta_{sys}(t)$ — обща ефективност на системата.

Следователно общата произведена енергия може да се представи във ф-ла 3.27.

$$E = \int_0^T G(t)A\eta_{sys}(t)dt \quad (3.27)$$

Това уравнение представлява основния енергиен баланс на системата.

3.1.5. Декомпозиция на системната ефективност

Общата ефективност на системата може да бъде представена като произведение от няколко основни компонента (ф-ла 3.28):

$$\eta_{sys} = \eta_{PV}(T_c) \cdot \eta_{MPPT}(t) \cdot \eta_{track}(t) \cdot \eta_{conv} \quad (3.28)$$

където:

$\eta_{PV}(T_c)$ – температурно зависима ефективност на фотоволтаичния модул,

η_{MPPT} – ефективност на алгоритъма за проследяване на максималната мощност,

η_{track} – ефективност на слънчевото проследяване,

η_{conv} – ефективност на силовата електроника.

Това разлагане позволява по-детайлен анализ на загубите в системата.

Максималната системна ефективност е произведението от максималните ефективности на ФВ

модула, МРРТ, СПСТ и преобразуването, представена е във формула 3.61.

$$\eta_{sys,max} = \eta_{PV,max} \eta_{MPPT,max} \eta_{track,max} \eta_{conv,max} \quad (3.38)$$

Реалната ефективност е дадена във формула 3.29:

$$\eta_{sys}^{real} = \eta_{sys}^{max} - \Delta\eta_{dyn} - \Delta\eta_{trk} - \Delta\eta_{mppt} \quad (3.39)$$

3.2. Главно уравнение за енергийния добив

Комбинирайки всички разгледани зависимости получаваме главното уравнение на системата (ф-ла 3.42):

$$P_{PV}(t) = A \cdot G(t) \cos(\theta_{err}(t)) \cdot \eta_{ref} [1 - \beta(T_c - T_{ref})] \cdot \eta_{MPPT}(t) \cdot \eta_{conv} \quad (3.42)$$

Произведената енергия (ф-ла 3.43):

$$E_{PV} = \int_0^T A G(t) \cos(\theta_{err}(t)) \eta_{ref} [1 - \beta(T_c - T_{ref})] \eta_{MPPT}(t) \eta_{conv} dt \quad (3.43)$$

Това уравнение представлява обединен синергичен модел на системата.

3.2.1. Оптимизационен модел

Целта на оптимизацията е максимизиране на произведената енергия. Оптималното проектиране на системата може да бъде формулирано с формула 3.44:

$$\text{Max}_{\theta_p(t), V(t)} E \quad (3.44)$$

където:

$\theta_p(t)$ — управление на СПСТ,

$V(t)$ — работно напрежение на генератора.

Необходимото условие за глобален максимум се дефинира от формула 3.45 и формула 3.46:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (3.46)$$

при ограниченията във формули 3.47, 3.48 и 3.49:

$$|\theta_{err}| \leq \theta_{max} \quad (3.47)$$

$$0 < \eta_{MPPT} \leq 1 \quad (3.48)$$

$$T_c \leq T_{max} \quad (3.49)$$

Функцията на Лагранж може да се запише във вида във формула 3.50

$$\mathcal{L} = E + \lambda_1 (\theta_{max} - |\theta_{err}|) + \lambda_2 (1 - \eta_{MPPT}) + \lambda_3 (T_{max} - T_c) \quad (3.50)$$

Оптималното решение се получава при условието във формула 3.51:

$$\nabla \mathcal{L} = 0 \quad (3.51)$$

3.2.2. Симулация за синергичния ефект

При фиксиран ФВ модул

$$G_{fix} = G(t) \cos(\theta_s - \theta_{panel}) \quad (3.56)$$

при СПСТ

$$G_{track} \approx G(t) \quad (3.57)$$

Следователно

$$G_{track} > G_{fix} \quad (3.58)$$

МРРТ осигурява

$$P_{real} \approx P_{MPP} \quad (3.59)$$

Следователно комбинираната система осигурява глобален максимум на мощността.

3.3. Изводи

От анализа е видно, че максималната ефективност на фотоволтаичните системи се постига при интегриран подход, обединяващ насочването на ФВ модули към слънцето и проследяването на максималната точка на мощността.

Проследяването на слънчевата траектория е доказано средство за увеличаване на енергийния добив на фотоволтаичните системи. Въпреки това, съществуващите решения са ограничени от механична сложност, висока енергийна консумация и липса на интелигентност.

Бъдещото развитие следва да се насочи към интелигентни, адаптивни и енергийно автономни системи, които използват вградени изчислителни устройства, свързаност и алгоритми за машинно обучение. Подобен подход би довел до ново поколение самообучаващи се СПСТ, които реагират динамично на условията на околната

среда и осигуряват по-висока ефективност и устойчивост на фотоволтаичните инсталации.

Развитието на интелигентните методи за управление, значително повишава възможностите, при оптимизация на фотоволтаичните системи. Преходът от традиционни ПИД регулатори към алгоритми, базирани на ИИ като ИНМ, FLC и МРС, позволява на СПСТ да работят с висока точност в динамични и непредвидими среди.

Заклучение

Настоящият дисертационен труд е посветен на задълбочен теоретичен анализ на системите за проследяване на слънчевата траектория и алгоритмите за максимално извличане на мощност (MPPT) при фотоволтаични инсталации. В условията на нарастващи изисквания за повишаване на енергийната ефективност и устойчивостта на възобновяемите енергийни източници, изследваната проблематика придобива все по-голямо научно и практическо значение.

В рамките на дисертационния труд са анализирани физичните, геометричните и контролните фактори, определящи ефективността на фотоволтаичните системи. Извършена е систематизация и класификация на съществуващите методи за слънчево проследяване и MPPT алгоритмите, което позволява тяхното структурирано разглеждане и обективно сравнение. Разглеждането на двата подхода като взаимосвързани подсистеми допринася

за по-пълно разбиране на процесите, определящи крайния енергиен добив.

Чрез прилагането на системен и аналитичен подход е разработен унифициран теоретичен модел за оценка на енергийната ефективност на фотоволтаичните системи, който интегрира геометричните аспекти на ориентацията на панелите и електрическите режими на работа, определяни от МРРТ управлението. Анализът на енергийните загуби и теоретичните граници на ефективността показва, че максималният потенциал на фотоволтаичните системи може да бъде реализиран единствено при съгласувано и координирано управление на механичните и електрическите процеси.

Идентифицираните научни и методологични пропуски в съществуващите изследвания подчертават необходимостта от по-нататъшно развитие на интегрирани и концептуално обосновани подходи за управление. Формулираните в труда теоретични насоки очертават възможности за бъдещи изследвания, насочени към разработване на интелигентни, адаптивни и енергийно ефективни системи за фотоволтаично производство.

В заключение може да се отбележи, че постигнатите научни резултати допринасят за разширяване на теоретичната основа в областта на системите за слънчево проследяване и МРРТ управлението и създават предпоставки за бъдещи приложни и експериментални

разработки, насочени към повишаване на ефективността и надеждността на фотоволтаичните системи.

Приложни и научно – приложни приноси

1. Извършен е комплексен теоретичен анализ и оценка на системите за проследяване на слънчевата траектория и алгоритмите за максимално извличане на мощност, разгледани като взаимосвързани подсистеми в рамките на фотоволтаичните инсталации.
2. Разработени са унифициран теоретичен и математически модели за оценка на енергийната ефективност на фотоволтаичните системи, интегриращ геометричните аспекти на слънчевото проследяване и електрическите режими на работа, определяни от МРРТ алгоритмите.
3. Предложен е модел за оценка на динамичната грешка на МРРТ алгоритмите при променящи се условия на осветеност, чрез многопараметричен анализ.
4. Формулиран е оптимизационен критерий за максимизиране на енергийния добив на фотоволтаични системи с комбинирано управление.
5. Реализирана е симулация на синергичният ефект между системите за проследяване на слънчевата траектория и алгоритмите за проследяване на точката на максимална мощност.

Списък на научните публикации, свързани с дисертационния труд

1. **Ганев А.,** Л. Танева, ОБЗОР НА ФОТОВОЛТАИЧНИ СИСТЕМИ С ПРОСЛЕДЯВАНЕ НА СЛЪНЧЕВАТА ТРАЕКТОРИЯ, XIV нац. семинар с международно участие "Интелектуална собственост: екосистема на знанието, иновациите и идентичността", 23 април 2026г., УНИБИТ, София.
2. **Ганев А.,** ИНТЕЛИГЕНТНИ МЕТОДИ ЗА УПРАВЛЕНИЕ НА СОЛАРНИ ТРАКЕРИ, XIV нац. семинар с международно участие "Интелектуална собственост: екосистема на знанието, иновациите и идентичността", 23 април 2026г., УНИБИТ, София.
3. **Ганев А.,** Л.Танева, „Изследване на съществуващите системи за проследяване на слънчевата траектория при фотоволтаични инсталации“, под печат в „Сборник Научни трудове“, 1314-4669-PRINT, 2603-4379-CD, издателство „Авангард Прима", 2025.
4. **Ганев А.,** „Технологични тенденции и иновации в системите за управление на соларни тракери, под печат в „Сборник Научни трудове“, 1314-4669-PRINT, 2603-4379-CD, издателство „Авангард Прима", 2025.

"Investigation of Intelligent Methods for Efficiency Optimization of Photovoltaic Systems in Dynamic Environments"

*A Dissertation for the award of the educational and scientific degree
"Doctor"*

Author: Aleksandar Evgeniev Ganev

Abstract

The dissertation is dedicated to the theoretical analysis and conceptual modeling of methods for increasing the energy efficiency of photovoltaic (PV) systems by integrating solar tracking systems (STS) and maximum power point tracking (MPPT) algorithms.

Comparative analysis and evaluation of existing mechanical and electronic optimization methods were performed, treating them as a unified cyber-physical system.

Unified theoretical model was developed, describing the total efficiency as a product of partial coefficients (geometric, electrical, thermal, and conversion). A master equation for energy yield was introduced, integrating dynamic environmental changes.

Evaluation model for the dynamic error of MPPT algorithms under rapid cloud cover changes was proposed, and an optimization criterion for maximizing the energy balance was formulated.

Synergistic interaction coefficient between STS and MPPT was defined and analyzed. Numerical simulations proved that combined control leads to a super-additive effect.

The work contributes to the theoretical foundation of renewable energy by creating a methodology for forecasting and optimizing energy yield. The results serve as a basis for designing a new generation of intelligent, adaptive photovoltaic installations.



SOUTHWEST UNIVERSITY "NEOFIT RILSKI"

TECHNICAL FACULTY

Department "Electronics and technological education"

2700 Blagoevgrad, Ivan Mihajlov Str. 66, www.swu.bg

Aleksandar Evgeniev Ganev

Investigation of Intelligent Methods for Efficiency Optimization of Photovoltaic Systems in Dynamic Environments

ABSTRACT

of a dissertation for the award of the educational and scientific degree

"DOCTOR"

Scientific field:

5. Technical science

Professional field:

5.2 "Electrical Engineering, Electronics and Automation"

Doctoral program:

Electronization

Research Supervisor:

Assoc. Prof. Lyudmila Rumenova Taneva, PhD, Eng

Blagoevgrad, 2026



SOUTHWEST UNIVERSITY "NEOFIT RILSKI"

TECHNICAL FACULTY

Department "Electronics and technological education"

2700 Blagoevgrad, Ivan Mihajlov Str. 66, www.swu.bg

Aleksandar Evgeniev Ganev

Investigation of Intelligent Methods for Efficiency Optimization of Photovoltaic Systems in Dynamic Environments

ABSTRACT

of a dissertation for the award of the educational and scientific degree

"DOCTOR"

Scientific field:

5. Technical science

Professional field:

5.2 "Electrical Engineering, Electronics and Automation"

Doctoral program:

Electronization

Research Supervisor:

Assoc. Prof. Lyudmila Rumenova Taneva, PhD, Eng

Blagoevgrad, 2026

The dissertation was discussed and recommended for defense by the Departmental Council of the Department of Electronics and Technology Education at the Faculty of Technical Sciences, South-West University 'Neofit Rilski,' during a regular meeting held on April 20, 2026.

The public defense of the dissertation will be held on **June 23, 2026, at 1:00 PM** in Room 1339, Building 1 of the South-West University 'Neofit Rilski.' The defense will take place during an open session of the Scientific Jury, appointed by **Order No. 1102/April 24, 2026**, issued by the Rector of the South-West University 'Neofit Rilski,' consisting of:

1. Assoc. Prof. Ivan Ivanov Nedyalkov, PhD, Eng. – South-West University "Neofit Rilski"
2. Prof. Galidiya Ivanova Petrova-Spasova, PhD – Technical University of Sofia
3. Prof. Todor Atanasov Stoilov, DSc – Institute of Information and Communication Technologies (IICT), Bulgarian Academy of Sciences (BAS) – Sofia
4. Assoc. Prof. Kameliya Georgieva Ruskova, PhD, Eng. – Technical University of Sofia
5. Prof. Krasimira Petrova Stoilova, DSc – Institute of Information and Communication Technologies (IICT), Bulgarian Academy of Sciences (BAS) – Sofia

Reviewers:

1. Assoc. Prof. Ivan Ivanov Nedyalkov, PhD, Eng. – Internal Member
2. Prof. Todor Atanasov Stoilov, DSc – External Member

The defense materials are available to interested parties at the Office of the Faculty of Technical Sciences, South-West University 'Neofit Rilski,' Building 1, Room 1604.

The candidate is a full-time PhD student in the Department of Electrical Engineering, Electronics, and Automation at the Faculty of Technical Sciences, South-West University 'Neofit Rilski'.

Author: Aleksandar Evgeniev Ganev, MSc

Title: Investigation of Intelligent Methods for Efficiency Optimization of Photovoltaic Systems in Dynamic Environments

GENERAL DESCRIPTION OF THE DISSERTATION

Relevance of the Research Problem

The relevance of the present dissertation is determined by the necessity for systematization, theoretical generalization, and conceptual modeling of control methods for solar tracking and power converter management within photovoltaic systems. The scientific results obtained have the potential to contribute to a more profound understanding of the processes governing energy efficiency and to serve as a foundation for future research and development in the field of intelligent photovoltaic systems.

Aim and Objectives of the Dissertation

The primary objective of this dissertation is to conduct a comprehensive theoretical analysis and evaluation of solar tracking methods and Maximum Power Point Tracking (MPPT) algorithms in photovoltaic systems. The study aims to formulate unified conceptual models for the optimization of energy efficiency within photovoltaic installations.

To achieve the stated objective, the following key tasks are formulated:

1. Analysis of the physical and geometric principles determining solar trajectory and the orientation of photovoltaic panels.
2. Systematization of solar tracking systems based on their construction and control mechanisms.

3. Classification and theoretical analysis of control methods for solar trackers and MPPT algorithms.
4. Theoretical analysis of the interaction between solar tracking and MPPT in the optimization of energy yield.
5. Development of unified theoretical models for energy efficiency assessment, incorporating both panel orientation and electrical operating modes.
6. Identification of research gaps and formulation of conceptual guidelines for integrated control systems.

Dissertation Structure

The dissertation comprises 119 standard typewritten pages and is illustrated with 21 figures, 6 tables, and 172 equations, supplemented by a bibliography of 62 foreign sources. The text is structured into three chapters, a conclusion, a list of cited literature, and 12 appendices. Accompanying the dissertation are 4 scientific publications.

SUMMARY OF THE DISSERTATION

Introduction

The transition to a green economy and the constantly growing energy demands of modern society necessitate not only the construction of new, high-efficiency renewable energy capacities but also the enhancement of existing photovoltaic (PV) power generation plants and the improved design of future installations. Despite significant advancements in PV module manufacturing technologies, the efficiency of harvesting and converting solar energy into electricity remains constrained by various factors, such as environmental conditions, geographic location, and conversion and control systems. This compels the search for diverse optimization approaches, focusing not only on the PV cells themselves but also on the systems governing their orientation and the conversion of the generated electrical energy.

Solar tracking systems represent an effective means of increasing energy yield by ensuring the optimal orientation of PV panels relative to the sun's position. Concurrently, Maximum Power Point Tracking (MPPT) algorithms ensure operation in an optimal mode under dynamic irradiance and temperature conditions. Despite the proven potential of these two approaches individually, contemporary scientific literature often treats them as autonomous and unsynchronized subsystems. The increasing complexity of PV installations, coupled with the dynamic nature of the operating environment, highlights the need for a holistic and integrated theoretical analysis of solar tracking systems and

MPPT algorithms. The lack of unified theoretical models and generalized classifications hinders the comparative evaluation of different approaches and limits the opportunities for the targeted development of more efficient solutions.

Chapter 1: Literature Review

1.1. Theoretical Foundations of Solar Tracking

Effective solar energy harvesting requires the implementation of a system that tracks the solar trajectory and orients the photovoltaic panels perpendicularly to the sun's rays. This approach ensures the acquisition of the maximum possible amount of solar radiation. The first section investigates, analyzes, and evaluates various solar tracking systems.



Fig. 2. Classification of Solar Tracking Systems

1.2. Theoretical Foundations of Maximum Power Point Tracking – MPPT

Like most natural energy sources, solar energy is intermittent, with the primary difference being that its intensity changes very dynamically, as it is dependent on atmospheric conditions. Factors such as temperature, optical density, and cloud shading can cause rapid and short-term fluctuations in the amount of solar irradiance reaching the panels. These variations lead to instantaneous changes in the P-V (power-voltage) characteristics of the modules. To minimize the negative impact of these fluctuations, the photovoltaic module must operate at the maximum power point, which shifts dynamically according to the aforementioned factors. The second section investigates, analyzes, and evaluates various Maximum Power Point Tracking (MPPT) algorithms.

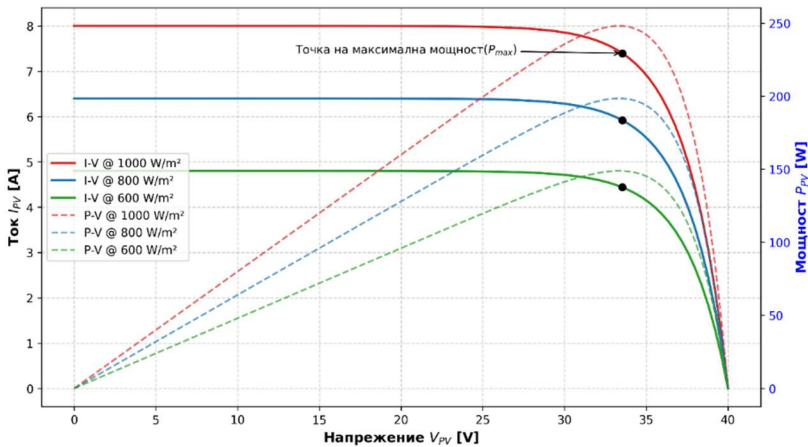


Fig. 10. I-V and P-V Curves of a PV Module for Maximum Power Point Analysis

1.3. DC-DC Converters for MPPT Systems

To implement the MPPT strategy, the DC-DC converter acts as an actuator (final control element) which, by varying the duty cycle (D), transforms the load impedance to match the optimal impedance of the photovoltaic panel. The third section analyzes the most commonly used converters in systems featuring MPPT.

Table 4. Comparison of Converter Types

Parameter	Buck	Boost	Buck-Boost	SEPIC	Cuk Converter
MPPT Range	Limited ($V_{pv} > V_{out}$)	Limited ($V_{pv} < V_{out}$)	Full	Full	Full
Polarity	Direct (+)	Direct (+)	Inverted (-)	Direct (+)	Inverted (-)
Input Current	Pulsating	Continuous	Pulsating	Continuous	Continuous
Efficiency	High ($>95\%$)	High ($>95\%$)	Medium ($\sim 90\%$)	Medium ($\sim 90\%$)	Medium ($\sim 90\%$)
Complexity	Low	Low	Medium	High	High

Chapter 2: Theoretical Analysis of Efficiency in Photovoltaic Systems with Solar Tracking and MPPT

2.1. Efficiency of Photovoltaic Systems

Theoretical analysis indicates the existence of an optimal zone of complex efficiency, where the additional energy generated through tracking and MPPT exceeds the energy consumed for control and actuation. This zone is a function of climatic conditions, geographic latitude, load profile, and the reliability of system components. Consequently, the efficiency of PV systems with solar tracking and MPPT cannot be considered universal but must be evaluated within the context of the specific operating environment.

A photovoltaic system can be described as an energy-conversion system, where the input solar irradiance flow $G(t)$ is transformed into electrical power $P_{out}(t)$ through a non-linear converter with multiple intermediate losses. The instantaneous efficiency of the system is defined in Eq. 2.2 [60]:

$$\eta_{sys}(t) = \frac{P_{out}(t)}{G(t) \cdot A_{eff}(t)} \quad (2.2)$$

For the purposes of the theoretical analysis, the overall efficiency can be represented as a product of partial efficiencies, each corresponding to a specific physical or functional layer of the system (Eq. 2.6):

$$\eta_{sys}(t) = \eta_{geo}(t) \cdot \eta_{pv}(t) \cdot \eta_{el}(t) \cdot \eta_{mppt}(t) \quad (2.6)$$

where:

η_{geo} – Geometric Efficiency (Orientation and Tilt),

η_{pv} – Internal Efficiency of the PV Module,

η_{el} – Power Electronics Efficiency,

η_{mppt} – Maximum Power Point Tracking Efficiency.

2.2. Theoretical Foundations of Solar Tracking

Solar tracking represents a mechanism for maintaining an optimal angle between the normal of the photovoltaic module and the vector of the incident solar radiation. From a geometric perspective, the effective surface irradiance is proportional to the cosine of the angle of incidence, which means that even moderate deviations from the optimal orientation led to significant losses of useful radiation.

2.3. Non-linear Electrical Model of the Photovoltaic Generator

The electrical behavior of a photovoltaic cell can be described by a single-diode non-linear model:

$$I = I_{ph} - I_0 \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{nkT}} - 1 \right) - \frac{V+IR_s}{R_{sh}} \quad (2.28)$$

where:

I_{ph} – Photocurrent,

I_0 – Saturation Current,

R_s, R_{sh} – Series and Shunt Resistance,

q – Electron charge,
 n – Ideality Factor,
 k – Boltzmann Constant,
 T – Absolute Temperature.

This model describes the relationship between the current and voltage at the terminals of the photovoltaic element under given irradiance and temperature conditions.

2.3.2. Maximum Power Condition

The power of the photovoltaic generator is given by the relationship in Eq. (2.29):

$$P(V) = V \cdot I(V) \quad (2.29)$$

"The maximum power is reached under the condition specified in Eq. (2.30):

$$\frac{dP}{dV} = 0 \Rightarrow I + V \frac{dI}{dV} = 0 \quad (2.30)$$

"This condition defines a non-linear equation for the maximum power point (MPP).

2.3.5. Theoretical Model of MPPT as Impedance Matching

The input resistance of the converter is presented in Eq. (2.35):

$$R_{in} = \frac{V_{pv}}{I_{pv}} \quad (2.35)$$

The condition for optimal matching is derived in Eq. (2.36):

$$R_{in}(t) = R_{mpp}(t) \quad (2.36)$$

The MPPT error is presented in Eq. (2.37):

$$\varepsilon_{mppt}(t) = \frac{P_{mpp}(t) - P_{real}(t)}{P_{mpp}(t)} \quad (2.37)$$

The MPPT efficiency is given in Eq. (2.38):

$$\eta_{mppt} = 1 - \frac{1}{T} \int_0^T \varepsilon_{mppt}(t) dt \quad (2.38)$$

2.4. Analysis of Modern Systems

Section 2.4 analyzes and evaluates the methods and algorithms for Maximum Power Point Tracking (MPPT). The classic P&O and IncCond methods are reviewed, which remain the most widely applicable due to their low complexity and computational requirements. Their adapted successors, intelligent methods, Fuzzy Logic Control (FLC), and global optimization methods, such as Particle Swarm Optimization (PSO) and other metaheuristics, are also discussed. The latter are extensively used for finding the global MPP under partial shading conditions (multiple local maxima).

2.5. Synergetic Model of the Interaction Between Solar Tracking and MPPT Control

Combining mechanical solar tracking with electronic MPPT control creates a synergetic effect on the overall efficiency of the PV system. Solar tracking maximizes the input

energy through geometric optimization, while MPPT minimizes electrical losses through optimal management of the operating point. From a theoretical perspective, these two mechanisms operate in distinct yet complementary domains – spatial-geometric and electrical.

The systemic effect of this combination can be described through an expanded energy balance, where the total energy produced is viewed as a function of the product of the geometric gain coefficient and the electrical power extraction coefficient. In this model, losses from non-ideal tracking and non-ideal MPPT do not sum linearly; instead, they interact non-linearly, meaning that an improvement in one domain enhances the relative impact of the other. Consequently, combined optimization possesses the potential for a super-additive effect on the annual energy yield.

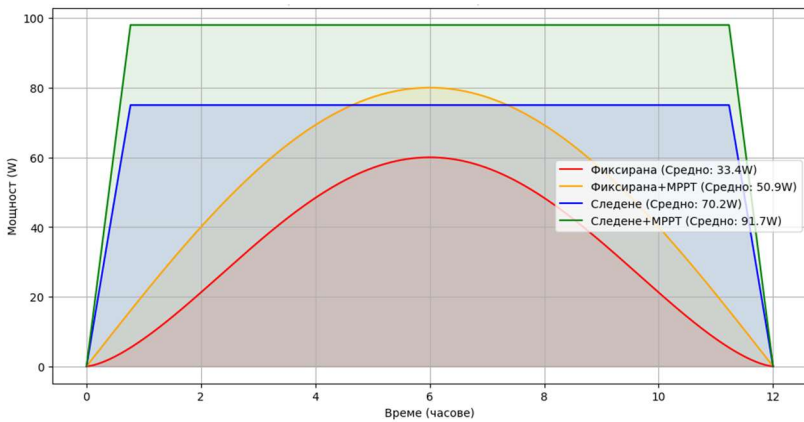


Fig. 18. Comparative Analysis of Energy Yield Across Different Systems

Figure 18 illustrates the simulation results of energy yields for four different types of systems: a fixed PV module system with optimal orientation without MPPT (baseline), a fixed PV module system with optimal orientation and MPPT, a Dual-Axis Solar Tracking (DAST) system without MPPT, and a DAST system with MPPT. The PV modules are of the same type and possess identical characteristics (technology, size, power, voltage, current), as do the environmental conditions (irradiance, temperature). The graph was generated via simulation in the Google Colab environment using Python code (Appendix 12). As a result of the synergetic interaction, the combined system – tracker and MPPT (green curve) – maintains operation close to the theoretical maximum power limit of the system throughout the entire day.

2.5.2. Energy Balance of the Combined System

The quantity known as baseline energy yield is used as the starting point for comparing the yields of different systems. This represents the electrical energy produced, E_{base} , during the baseline operating mode of the photovoltaic system, where the modules are fixed and the operating point is determined by the load characteristics without MPPT control. The energy yield when using only solar tracking is determined by Eq. (2.53):

$$E_{trk} = \int_0^T G(t)A \cos \theta_{trk}(t)\eta_{pv}(t)\eta_{el}(t)dt \quad (2.53)$$

When using only MPPT control, the energy yield is determined by Eq. (2.54):

$$E_{mppt} = \int_0^T G(t)A \cos \theta_{fix}(t)\eta_{pv}(t)\eta_{mppt}(t)\eta_{el}(t)dt \quad (2.54)$$

When solar tracking and MPPT control are used in combination, Eq. (2.55) is obtained:

$$E_{comb} = \int_0^T G(t)A \cos \theta_{trk}(t)\eta_{pv}(t)\eta_{mppt}(t)\eta_{el}(t)dt \quad (2.55)$$

This expression demonstrates that the effect of the combined optimization is the result of the product of the geometric and electrical efficiency coefficients.

2.5.3. Synergetic System Coefficient

A synergetic coefficient is introduced for the quantitative assessment of the interaction between the two mechanisms. This is defined as the ratio between the energy yield of the combined system (tracker and MPPT) and the sum of the baseline yield plus the individual increments from tracker and MPPT when the two systems are used separately (Eq. 2.56):

$$K_{syn} = \frac{E_{comb}}{E_{trk}+E_{mppt}-E_0} \quad (2.56)$$

The combined effect of the system is additive when the synergetic coefficient is 1 (Eq. 2.57):

$$K_{syn} = 1 \quad (2.57)$$

When the synergetic coefficient is greater than 1, a synergetic effect is observed, meaning that the interaction between the two mechanisms leads to an additional increase in the energy produced (Eq. 2.58).

$$K_{syn} > 1 \quad (2.58)$$

2.6. Theoretical Stability Analysis of the MPPT System

Under real-world conditions, the maximum power point varies over time as a result of changes in irradiance and temperature. Consequently, the MPPT algorithm must track a moving equilibrium point. The tracking error can be defined by Eq. (2.72):

$$e(t) = V_{pv}(t) - V_{mpp}(t) \quad (2.72)$$

The condition for stable tracking is presented in Eq. (2.73):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (2.73)$$

under a limited rate of change of external disturbances.

2.7. Analytical Model of Energy Losses in Photovoltaic Systems

The energy balance of the photovoltaic system includes several types of losses that reduce the amount of generated electrical energy. The primary categories of losses are geometric, optical, electrical, thermal, power electronics losses, and dynamic losses from MPPT control. The total output power can be represented as the difference between the input power and the sum of the losses (Eq. 2.76):

$$P_{out} = P_{in} - \sum P_{loss} \quad (2.76)$$

2.7.5. Simulations of Energy Losses

Figure 20 illustrates a simulated period of rapidly changing cloud cover or partial shading (dappled shade). The plot was generated via a simulation in the Google Colab environment using Python code (Appendix 10).

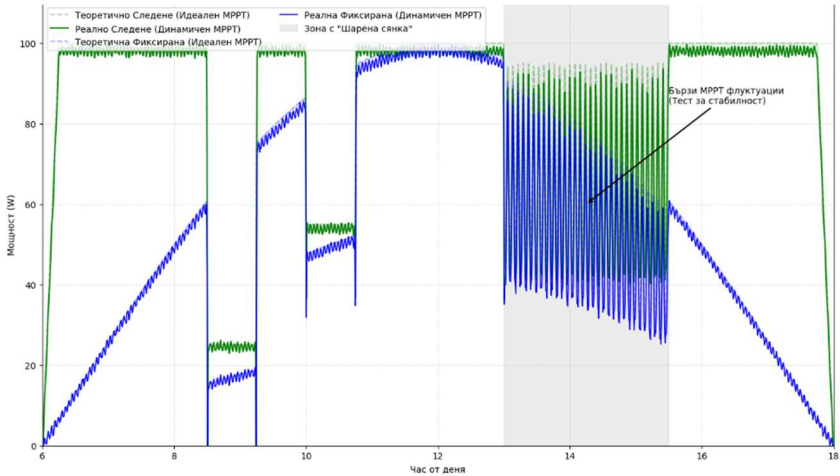


Fig. 20. MPPT Tracking Error under Dynamic Atmospheric Conditions

Under rapidly changing cloud cover, significant losses from dynamic tracking errors are generated. The higher the frequency of cloud fluctuations, the greater the resulting energy losses. We also observe power drops caused by the MPPT algorithm's latency. With every change in irradiance, the algorithm must scan the new characteristic curve to locate the maximum power point. This behavior is simulated in the code through the gradient coefficient.

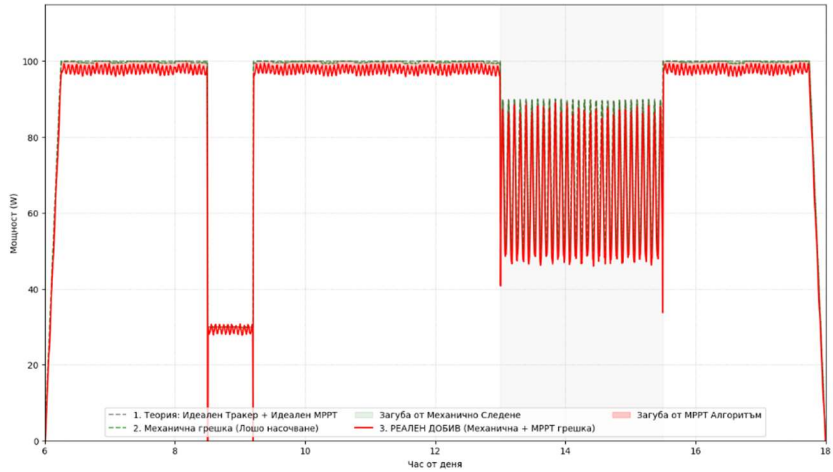


Fig. 21. Systematic Errors – Mechanical and MPPT

Figure 21 presents the systematic errors of the tracker and MPPT. The graph was generated via a simulation in the Google Colab environment using Python code (Appendix 11).

The analysis of error-induced losses shows that the mechanical error (green zone) is smoother. When the tracker 'loses' the sun by a few degrees, the power drops following a cosine curve. This loss is relatively small during clear weather but becomes a systemic problem if the tracker has a constant offset. In this model, it represents approximately 0.5% to 2% of the total energy yield.

The red line indicates the actual yield. Everything above this line represents the integral loss, which results from the accumulation of both types of inefficiencies.

2.8. Theoretical Model for Predicting Annual Energy Yield

When solar tracking and MPPT control are used in combination, the annual energy yield can be represented by Eq. (2.86):

$$E_{year} = E_{base}k_{trk}k_{mppt}K_{syn} \quad (2.86)$$

where:

k_{trk} – Solar Tracking Gain Coefficient,

k_{mppt} – MPPT Gain Coefficient,

K_{syn} – Synergetic Interaction Coefficient.

2.9. Conclusions to Chapter 2

From a theoretical perspective, the efficiency of PV systems equipped with solar tracking and MPPT is the result of multi-layered optimization, involving the geometric maximization of input energy and the electrical maximization of extracted power. Solar tracking and MPPT can be interpreted as two orthogonal mechanisms for reducing distinct classes of losses—geometric and electrical, respectively. Their integration produces a systemic effect that transcends the simple summation of individual improvements, creating the prerequisites for a significant increase in annual energy yield through proper design and control.

The theoretical analysis demonstrates that the efficiency of these systems results from a nonlinear interaction between geometric, thermodynamic, electrical, and control factors. The introduction of active orientation systems and adaptive electronic control transforms the classical photovoltaic installation from a static energy converter into a dynamically optimizing cyber-physical system. In this framework, the maximization of energy harvest is achieved through continuous optimization along both the trajectory (mechanical) and the operating point (electrical).

The developed models enable a systematic analysis of the energy conversion processes within PV systems featuring solar tracking and MPPT control. The presented analytical dependencies describe the complex interrelationship between the system's geometric characteristics, the electrical parameters of the PV generator, and the dynamics of the control algorithms. These formulated mathematical models establish a solid theoretical foundation for system optimization and allow for a precise evaluation of various factors influencing the net energy yield.

Chapter 3: Mathematical Modeling of Efficiency in Photovoltaic Systems with Solar Tracking and MPPT Control

3.1. Mathematical Models of System Efficiency

For a comprehensive assessment of the efficiency of a photovoltaic system with solar tracking and MPPT control, the following integral model is proposed:

$$\eta_{sys}(t) = \cos \theta(t) \eta_{pv}(T(t), G(t)) \eta_{el}(I(t), V(t)) \eta_{mppt}(t) \quad (3.1)$$

where:

η_{pv} – Photovoltaic Module Efficiency,

η_{el} – Power Electronics Efficiency,

η_{mppt} – MPPT Tracking Efficiency.

Model of Synergetic Interaction between Tracker and MPPT

The following functional dependency is proposed to represent the combined effect:

$$E_{comb} = E_{base}(1 + \alpha_{trk} + \alpha_{mppt} + \beta \alpha_{trk} \alpha_{mppt}) \quad (3.2)$$

where:

α_{trk} – Relative Gain from Tracking,

α_{mppt} – MPPT Gain Increment,

β – Synergetic Interaction Coefficient.

A synergetic effect is observed when the condition specified in Equation 3.3 is satisfied:

$$\beta > 0 \quad (3.3)$$

Dynamic MPPT Error Model

An analytical model of the error is proposed:

$$\varepsilon_{mppt}(t) = \frac{1}{1+\tau \frac{dG}{dt}} \quad (3.4)$$

where:

τ – Algorithmic Response Time.

This model demonstrates that under rapid irradiance fluctuations, the MPPT error increases significantly.

Combined Energy Loss Model

The total losses can be expressed as:

$$P_{loss} = P_{geo} + P_{temp} + P_{el} + P_{mppt} \quad (3.5)$$

where:

$$P_{geo} = GA(1 - \cos \theta) \quad (3.6)$$

$$P_{temp} = \gamma(T - T_{ref})P_{mpp} \quad (3.7)$$

Annual Energy Yield Prediction Model

The following generalized formula is proposed:

$$E_{year} = G_{year}A\eta_{pv}k_{trk}k_{mppt}K_{syn} \quad (3.8)$$

where:

k_{trk} – Tracking Efficiency Coefficient,

k_{mppt} – MPPT Efficiency Factor,

K_{syn} – Synergetic Interaction Coefficient.

3.1.2. Numerical Simulation

Technical Parameters of the Exemplary System

Photovoltaic Module KMSW550M-144:

Module Power:

$$P_{STC} = 550 W \quad (3.9)$$

PV Module Area:

$$A = 2,6 m^2 \quad (3.10)$$

Efficiency:

$$\eta_{pv} = 0.21 \quad (3.11)$$

Solar Radiation Data for the Blagoevgrad Region (PVGIS-SARAH3 database, 2020):

Average annual daily solar radiation for a fixed PV module at a 35° tilt:

$$G_{avg} = 495 W/m^2 \quad (3.12)$$

Average annual daily solar radiation for a dual-axis Solar Photovoltaic Tracker System:

$$G_{avg} = 625 W/m^2 \quad (3.13)$$

Total annual sunshine duration $T_{sun} = 3448 h$.

Baseline Annual Yield

$$E_{base} = G_{avg} A \eta_{pv} T_{sun} \quad (3.14)$$

$$E_{base} = 495 \cdot 2,6 \cdot 0.21 \cdot 3448 \quad (3.15)$$

$$E_{base} = 931890 Wh \quad (3.16)$$

$$E_{base} = 931.9 kWh \quad (3.17)$$

Energy Yield with Dual-axis Tracker

$$E_{trk} = 625 \cdot 2,6 \cdot 0.21 \cdot 3448 = 1176 \text{ kW} \quad (3.18)$$

$$k_{trk} = \frac{1176}{932} = 1,26 \quad (3.19)$$

Energy Yield with MPPT Control

$$k_{mppt} = 1.10 \quad (3.20)$$

$$E_{mppt} = 1025 \text{ kWh} \quad (3.21)$$

Combined Energy Yield

For a synergetic interaction coefficient

$$K_{syn} = 1.05 \quad (3.22)$$

$$E_{comb} = 932 \times 1.26 \times 1.10 \times 1.05 \quad (3.23)$$

$$E_{comb} = 1356 \text{ kWh} \quad (3.24)$$

As evidenced by formula 3.24, the combined system increases the annual energy yield by approximately 46% compared to the baseline system (formula 3.17). This result confirms the theoretical model of synergetic interaction between solar tracking and MPPT control.

3.1.4. Fundamental Energy Balance of a Photovoltaic System

The electrical energy produced by the photovoltaic system over a time interval T is defined by the dependence in formula 3.25:

$$E_{PV} = \int_0^T P_{PV}(t)dt \quad (3.25)$$

where $P_{PV}(t)$ is the instantaneous electrical power of the photovoltaic system.

The power can be represented as a function of the input solar energy and the overall efficiency of the system (Eq. 3.26):

$$P_{PV}(t) = G(t) \cdot A \cdot \eta_{sys}(t) \quad (3.26)$$

where:

$G(t)$ — Solar Irradiance,

A — Effective Solar Absorption Area,

$\eta_{sys}(t)$ — Overall System Efficiency.

Consequently, the total energy produced can be represented by formula 3.27:

$$E = \int_0^T G(t) A \eta_{sys}(t) dt \quad (3.27)$$

This equation constitutes the primary energy balance of the system, defining the equilibrium between input solar flux and net electrical output.

3.1.5. Decomposition of System Efficiency

The overall system efficiency can be represented as a product of several fundamental components (Eq. 3.28):

$$\eta_{sys} = \eta_{PV}(T_c) \cdot \eta_{MPPT}(t) \cdot \eta_{track}(t) \cdot \eta_{conv} \quad (3.28)$$

where:

$\eta_{PV}(T_c)$ – Temperature-Dependent Efficiency of the PV Module,

η_{MPPT} – MPPT Tracking Efficiency,

η_{track} – Solar Tracking Efficiency,

η_{conv} – Power Electronics Efficiency.

This decomposition allows for a more detailed analysis of the system losses. The maximum system efficiency is the product of the peak efficiencies of the PV module, the MPPT, the SPSS, and the power conversion, as presented in formula 3.61.

$$\eta_{sys,max} = \eta_{PV,max} \eta_{MPPT,max} \eta_{track,max} \eta_{conv,max} \quad (3.38)$$

The actual efficiency is given in formula 3.29:

$$\eta_{sys}^{real} = \eta_{sys}^{max} - \Delta\eta_{dyn} - \Delta\eta_{trk} - \Delta\eta_{mppt} \quad (3.39)$$

3.2. Governing Equation for Energy Yield

By combining all analyzed dependencies, we obtain the governing equation of the system (formula 3.42):

$$P_{PV}(t) = A \cdot G(t) \cos(\theta_{err}(t)) \cdot \eta_{ref} [1 - \beta(T_c - T_{ref})] \cdot \eta_{MPPT}(t) \cdot \eta_{conv} \quad (3.42)$$

The total energy produced by the system is determined by equation 3.43.

$$E_{PV} = \int_0^T AG(t) \cos(\theta_{err}(t)) \eta_{ref} [1 - \beta(T_c - T_{ref})] \eta_{MPPT}(t) \eta_{conv} dt \quad (3.43)$$

This equation represents a unified synergetic model of the system.

3.2.1. Optimization Model

The objective of the optimization is to maximize the energy produced. The optimal design of the system can be formulated as shown in formula 3.44:

$$\text{Max}_{\theta_p(t), V(t)} E \quad (3.44)$$

where:

$\theta_p(t)$ — Sun Tracking Control,

$V(t)$ — Generator Operating Voltage.

The necessary condition for a global maximum is defined by Eq. 3.45 and Eq. 3.46:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = 0 \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} = 0 \quad (3.46)$$

subject to the constraints in Eqs. 3.47, 3.48, and 3.49:

$$|\theta_{err}| \leq \theta_{max} \quad (3.47)$$

$$0 < \eta_{MPPT} \leq 1 \quad (3.48)$$

$$T_c \leq T_{max} \quad (3.49)$$

The Lagrangian function for the constrained optimization problem is formulated as follows in formula 3.50:

$$\mathcal{L} = E + \lambda_1 (\theta_{max} - |\theta_{err}|) + \lambda_2 (1 - \eta_{MPPT}) + \lambda_3 (T_{max} - T_c) \quad (3.50)$$

The optimal solution is obtained under the condition presented in formula 3.51:

$$\nabla \mathcal{L} = 0 \quad (3.51)$$

3.2.2. Simulation of the Synergetic Effect

The energy yield for a fixed-tilt PV module is characterized by its dependence on the static incidence angle, as defined in formula 3.56:

$$G_{fix} = G(t) \cos(\theta_s - \theta_{panel}) \quad (3.56)$$

In contrast, the Solar Tracker dynamically eliminates the cosine error by maintaining a normal orientation to the solar vector, as expressed in formula 3.57:

$$G_{track} \approx G(t) \quad (3.57)$$

Therefore, the geometric optimization alone leads to a significant increase in the captured irradiance (Eq. 3.58):

$$G_{track} > G_{fix} \quad (3.58)$$

Complementing this, the MPPT ensures that the electrical operating point is continuously adjusted to the peak of the $I - V$ characteristic, satisfying the condition in formula 3.59:

$$P_{real} \approx P_{MPP} \quad (3.59)$$

Consequently, the combined synergetic system ensures the achievement of a global power maximum by simultaneously optimizing the spatial orientation and the electrical impedance of the generator.

3.3. Conclusions to Chapter 3

The analysis demonstrates that maximum efficiency in photovoltaic systems is achieved through an integrated approach that combines precise solar orientation of the PV modules with Maximum Power Point Tracking (MPPT).

Solar trajectory tracking is a proven method for increasing the energy yield of photovoltaic systems. However, existing solutions are often constrained by mechanical complexity, high parasitic energy consumption, and a lack of inherent intelligence.

Future development should focus on intelligent, adaptive, and energy-autonomous systems that leverage embedded computing, connectivity, and machine learning algorithms. Such an approach would lead to a new generation of self-learning Solar Tracker Systems that respond dynamically to environmental conditions, ensuring higher efficiency and reliability for photovoltaic installations.

The advancement of intelligent control methods significantly enhances the optimization capabilities of photovoltaic systems. The transition from traditional PID regulators to AI-based algorithms, such as Artificial Neural Networks (ANN), Fuzzy Logic Control (FLC), and Model Predictive Control (MPC), enables tracking systems to operate with high precision within dynamic and unpredictable environments.

Conclusion

The present dissertation is dedicated to an in-depth theoretical analysis of solar trajectory tracking systems and Maximum Power Point Tracking (MPPT) algorithms within photovoltaic installations. In the context of increasing demands for higher energy efficiency and the sustainability of renewable energy sources, the investigated issues are of growing scientific and practical importance.

Within the scope of this dissertation, the physical, geometric, and control factors determining the efficiency of photovoltaic systems have been analyzed. A systematization and classification of existing solar tracking methods and MPPT algorithms have been performed, allowing for their structured review and objective comparison. Treating both approaches as interconnected subsystems contributes to a more comprehensive understanding of the processes that determine final energy yield.

Through the application of a systematic and analytical approach, a unified theoretical model for evaluating the energy efficiency of photovoltaic systems has been developed. This model integrates the geometric aspects of panel orientation with the electrical operating modes dictated by MPPT control. The analysis of energy losses and theoretical efficiency limits demonstrates that the maximum potential of photovoltaic systems can only be realized through the synchronized and coordinated management of mechanical and electrical processes.

The identified scientific and methodological gaps in existing research underscore the necessity for further development of integrated and conceptually grounded control approaches. The theoretical guidelines formulated in this work outline opportunities for future research aimed at developing intelligent, adaptive, and energy-efficient systems for photovoltaic production.

In conclusion, it can be noted that the achieved scientific results contribute to expanding the theoretical foundation in the field of solar tracking and MPPT control. Furthermore, they create the prerequisites for future applied and experimental developments aimed at increasing the efficiency and reliability of photovoltaic systems.

Scientific and Applied Contributions

1. A comprehensive theoretical analysis and evaluation have been conducted on solar trajectory tracking systems and Maximum Power Point Tracking (MPPT) algorithms, treated as interconnected subsystems within photovoltaic installations.
2. Unified theoretical and mathematical models have been developed to assess the energy efficiency of photovoltaic systems, integrating the geometric aspects of solar tracking with the electrical operating regimes determined by MPPT algorithms.
3. An analytical model for evaluating the dynamic error of MPPT algorithms under varying irradiance conditions has been proposed, based on multi-parameter analysis.
4. An optimization criterion has been formulated for maximizing the energy yield of photovoltaic systems utilizing combined (synergetic) control strategies.
5. A simulation of the synergetic effect between solar trajectory tracking systems and Maximum Power Point Tracking algorithms has been successfully implemented.

List of Scientific Publications Related to the Dissertation

1. **Ganev, A., & Taneva, L. (2026).** An Overview of Photovoltaic Systems with Solar Trajectory Tracking. XIV National Seminar with International Participation "Intellectual Property: Knowledge, Innovation and Identity Ecosystem", April 23, 2026, ULSIT, Sofia.
2. **Ganev, A. (2026).** *Intelligent Control Methods for Solar Trackers*. XIV National Seminar with International Participation "Intellectual Property: Knowledge, Innovation and Identity Ecosystem", April 23, 2026, ULSIT, Sofia.
3. **Ganev, A., & Taneva, L. (2025).** *Investigation of Existing Solar Trajectory Tracking Systems in Photovoltaic Installations*. In press, "Collection of Scientific Works", ISSN: 1314-4669 (Print), 2603-4379 (CD), Avangard Prima Publishing.
4. **Ganev, A. (2025).** *Technological Trends and Innovations in Solar Tracker Control Systems*. In press, "Collection of Scientific Works", ISSN: 1314-4669 (Print), 2603-4379 (CD), Avangard Prima Publishing.